

第 1 問

底面が一辺の長さ  $L$  の正方形で、高さが  $2L$  の直方体がある。この直方体は質量  $M$  で密度が一様である。図 1、図 2 の様に、摩擦がある水平な台の上にこの直方体を立てて置き、質量と太さが無視できる軽くて細いゴムひも、1 本または複数本、を使って直方体の上面の点  $B$  と台の上の点  $P$  を結び、直方体を静止させる場合を考える。

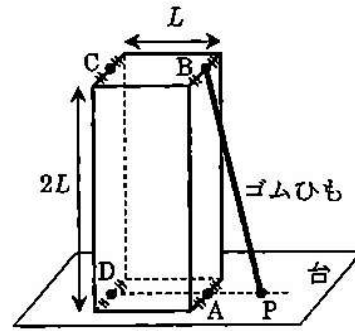


図 1

図 1 で示されているように、点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  は各々の辺の中点である。点  $P$  は直線  $DA$  の延長線上にあり、点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  と直方体の重心  $G$  を含む鉛直面内にある、点  $A$  から  $\frac{7}{12}L$  だけ離れた点である。図 2 は図 1 を真横から見た図である。

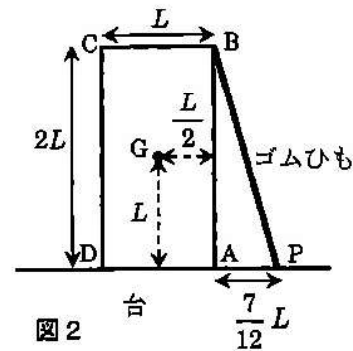


図 2

ここで使用するゴムひもは自然長が  $2L$  で、フックの法則に従い、1 本のゴムひもに質量  $M$  の直方体 1 個を鉛直にぶら下げて静止させた時に自然長から  $L$  だけ伸びるものとする。

以下、台と直方体との間の静止摩擦係数を  $\mu$ 、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

はじめ、台を静止させておく。ゴムひもを 1 本だけ使って図 1（と図 2）のように、直方体と台をつないだとき、直方体が静止したままであった。

- 問1 ゴムひもの長さ（ $BP$  の長さ）は  $L$  の何倍か。数値（既約分数）で答えよ。
- 問2 点  $B$  と点  $P$  を結ぶゴムひもの張力の大きさはいくらか。
- 問3 直方体が台から受ける静止摩擦力はいくらか。
- 問4 直方体がすべらずに静止していることから、静止摩擦係数はいくら以上であるといえるか。数値（既約分数）で答えよ。
- 問5 直方体が台から受ける垂直抗力の作用点と点  $A$  との距離は  $L$  の何倍か。数値（既約分数）で答えよ。

つぎに、同様のゴムひもを  $n$  本束ねて、ゴムひも 1 本の場合に比べて直方体に働く張力の大きさを  $n$  倍にし、点 B と点 P を結ぶ場合を考える。

問6 直方体が転倒しないためには、ゴムひもの本数  $n$  は何本以下でなければならないか。 $n$  の上限値を求めよ。

問7 ゴムひもの本数  $n$  が前問で求めた値以下のとき、直方体が台の上を水平方向にすべらないようにするためには静摩擦係数はいくら以上でなければならないか。 $n$  を用いて答えよ。

つぎに、前問と同様に、ゴムひもを  $n$  本束ねて点 B と点 P を結び、直方体を載せた台を一定の角速度  $\omega$  で回転させる場合を考える(図3)。回転軸と直方体の重心 G との距離を  $R$  とする。回転軸は鉛直で、点 A、B、C、D、P と直方体の重心 G を含む鉛直面内にあり、点 A から見て点 P 側にある。また、台の上面は回転する際に常に水平を保っているものとする。ゴムひもの本数  $n$  は問6 で求めた上限値以下とする。

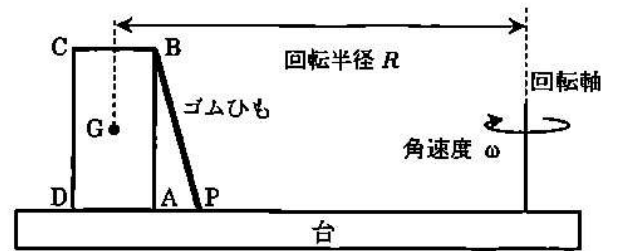


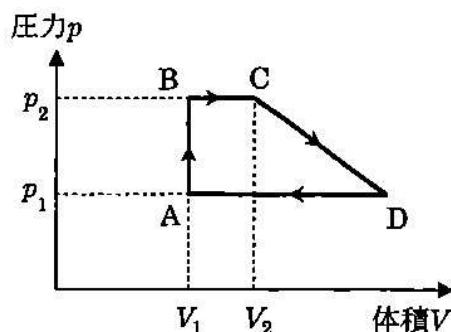
図3

問8 直方体が台から受ける静摩擦力がゼロになるような角速度  $\omega_0$  を求めよ。

問9 静摩擦係数が  $\mu=1/3$  の場合に、直方体が転倒せず、なおかつ、水平方向にすべりもしないようにするためには、 $R\omega^2/g$  がどんな範囲にあればよいか。 $n$  を用いて答えよ。

## 第2問

一定量の単原子分子理想気体をピストンがついた容器に入れ、その状態を右図の様に变化させる。ここで、状態A→状態Bでは定積変化、状態B→状態Cおよび状態D→状態Aでは定圧変化させる。状態C→状態Dでは $V$ (体積)- $p$ (圧力)グラフが直線になるように变化させる。ここで、状態Dはその温度が状態Cの温度と等しい状態である。なお、状態A、状態B、状態Cの各々の圧力と体積は図に示された通りである。



- 問1 状態A→状態Bの状態変化において、気体が外にする仕事  $W_{A-B}$ 、および気体の内部エネルギーの変化  $\Delta U_{A-B}$  はいくらか。
- 問2 状態B→状態Cの状態変化において、気体が外にする仕事  $W_{B-C}$ 、および気体の内部エネルギーの変化  $\Delta U_{B-C}$  はいくらか。
- 問3 状態C→状態Dの状態変化において、気体が外にする仕事  $W_{C-D}$ 、および気体の内部エネルギーの変化  $\Delta U_{C-D}$  はいくらか。
- 問4 状態Cから状態Dに至る間、気体の絶対温度はどのように変化するか簡単に述べよ。

以下、 $V_2=1.5V_1$ 、 $p_2=2p_1$  として問いに答えよ。

- 問5 状態変化A→B→C→D→Aの順に1サイクルする間に気体が外にする仕事を  $V_1$ 、 $p_1$  を用いて表せ。
- 問6 状態Cから状態Dへの状態変化の間(グラフの直線CD上)における、圧力  $p$  を体積  $V$ 、 $V_1$ 、 $p_1$  の式で表せ。
- 問7 状態Cから状態Dへの状態変化の間における気体の絶対温度を  $T$  とし、状態Aの気体の絶対温度を  $T_A$  とする。絶対温度の比  $T/T_A$  が最も大きくなる時、この比の値を求めよ。また、その時の体積  $V_0$  を求め  $V_1$  を用いて表せ。

### 第3問

問1 単原子分子理想気体の1分子の平均の運動エネルギーを  $K$  とするとき、この気体の絶対温度はいくらか。ただし、気体定数を  $R$ 、アボガドロ数を  $N_A$  とする。

問2 単原子分子理想気体の1分子の平均の運動エネルギーが、正の電荷  $q$  をもつ静止した荷電粒子を電圧  $V$  で加速した場合の運動エネルギーと同じ大きさのとき、気体の絶対温度はいくらか。気体定数  $R$ 、アボガドロ数  $N_A$ 、 $V$ 、 $q$  を用いて表せ。

以下の問いでは、気体定数を  $8.31 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ 、アボガドロ数を  $6.02 \times 10^{23} / \text{mol}$ 、電気素量を  $1.60 \times 10^{-19} \text{ C}$  とする。

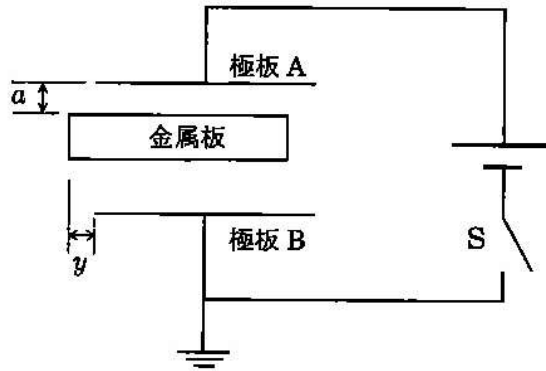
問3 温度  $360 \text{ K}$  の気体のヘリウムを単原子分子理想気体とみなせるとしたとき、気体分子の平均の速さ（2乗平均速度）はいくらか。有効数字2桁で答えよ。ただし、ヘリウムの分子量を  $4.0$  とする。また、必要であれば、 $|\varepsilon| \ll 1$  のときに実数  $n$  に対して成り立つ近似式  $(1+\varepsilon)^n \cong 1+n\varepsilon$  を用いてよい。

問4 現実の気体では気体分子は互いに衝突していて、衝突の際に、そのエネルギーが十分に大きければ、電子が弾き飛ばされて気体分子が電離する。いま、単原子理想気体とみなせる気体があり、その気体分子1個を電離するのに必要なエネルギーが  $24.6 \text{ eV}$  であるとする。気体分子同士の衝突によって気体分子が電離するのは気体の絶対温度が何  $[\text{K}]$  以上のときか。有効数字3桁で答えよ。ただし、気体分子同士の衝突において、1分子の平均の運動エネルギーの全てが1個の気体分子の電離に利用されると仮定せよ。

## 第4問

極板 A と極板 B の間隔が  $d$  であるような平行平板コンデンサーがある。極板 A と極板 B はそれぞれ一辺の長さが  $L$  の正方形をしている。また、このコンデンサーの電気容量を  $C$  とする。いま、このコンデンサーと電圧  $V$  の電源とスイッチ  $S$  を図のように接続する。この回路は極板 B 側が接地（アース）されている。

はじめに、金属板が挿入されていない状態で、スイッチを閉じてコンデンサーを充電した後、スイッチを開き、一辺の長さが  $L$  の正方形で厚さが  $d/3$  の金属板をコンデンサーの極板と平行に挿入する。このとき、極板 A と金属板の表面との距離を  $a$  とする。ただし、 $a$  は  $0 < a < 2d/3$  の範囲にある定数である。



金属板を完全に極板の間に挿入した場合、

問1 全体の電気容量と極板間の電位差を求めよ。

極板に垂直に  $x$  軸をとり、極板 A から極板 B の向きを正の方向にして、極板 A の位置を  $x$  軸の原点にとる。

問2 極板間の位置  $x$  における電位を、 $x$  の関数として  $0 < x < d$  の範囲でグラフに描け。

問3 極板間の位置  $x$  における電場の強さを、 $x$  の関数として  $0 < x < d$  の範囲でグラフに描け。

金属板を極板の端から長さ  $y$  だけ引き抜いた状態のとき、

問4 全体の電気容量はいくらか。

問5 コンデンサーに蓄えられている静電エネルギーはいくらか。

問6 金属板を  $y$  だけ引き出した状態で静止させるために必要な極板と平行な向きの力の大きさはいくらか。