

(解答はすべて解答用紙に記入すること)

**第 1 問** 3 個のさいころ A, B, C を同時に投げて、出た目をそれぞれ  $a, b, c$  とする。このとき、座標平面上の 2 点  $P(a, 0), Q(b, c)$  について次の問いに答えよ。

問 1 線分 PQ の長さが 1 となる確率は  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$  である。

問 2 線分 PQ の長さが最大となるとき、その最大値は  $\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}$  である。また線分 PQ の長さが最大となる確率は  $\frac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$  である。

問 3 2 点 P, Q を通る直線の傾きが 2 となる確率は  $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$  である。

問 4 線分 PQ 全体が円  $x^2 + y^2 = 12$  の内部にある確率は  $\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$  である。

問 5 線分 PQ が放物線  $y = \frac{7}{2} - x^2$  と共有点をもたない確率は  $\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  である。

**第 2 問** 分母が偶数、分子が自然数であって、0 より大きく 1 より小さい分数を次のように並べた数列を考える。また、 $n$  を自然数とすると、第  $n$  群が  $2n$  個の項を含むようにこの数列を区分する。次の問いに答えよ。

$\frac{1}{2}, \frac{1}{4} \mid \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6} \mid \frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{1}{8}, \frac{2}{8}, \frac{3}{8} \mid \frac{4}{8}, \frac{5}{8}, \frac{6}{8}, \frac{7}{8}, \frac{1}{10}, \frac{2}{10}, \frac{3}{10}, \frac{4}{10} \mid \frac{5}{10}, \dots$   
 第 1 群                  第 2 群                                  第 3 群    第 4 群    ...

問 1 この数列の第 50 項は第  $\boxed{\text{ア}}$  群に含まれ、この群の第  $\boxed{\text{イ}}$  項目である。

問 2 第 9 群の第 3 項目は  $\frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}$  である。

問 3 第  $n$  群の末項は  $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{キ}}}n + \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{ク}}}$  である。

問 4 第  $n$  群に含まれるすべての項の和は  $\boxed{\text{ケ}}n - \frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$  である。

問 5 この数列の初項から第 111 項までの和は  $\boxed{\text{シ}}$  である。

**第 3 問** 曲線  $C: y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$  ( $0 < x < 1$ ) 上の点 P における接線  $\ell$  が  $x$  軸と交わる点を Q とし、P から  $x$  軸に下ろした垂線を PR とする。点 P の  $x$  座標を  $a$  とするとき、次の問いに答えよ。

問 1 Q の  $x$  座標を、 $a$  を用いて表すと  $\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}a^3 + \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}a$  である。

問 2 QR の長さを、 $a$  を用いて表すと  $-\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}a^3 + \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}a$  である。

問 3 QR の長さが最大となる  $a$  の値は  $\sqrt{\frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}}$  である。このときの QR の長さは  $\frac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$  で、Q の座標は

$\left( \frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{ソ}}}, \sqrt{\frac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{タ}}}} \right)$  である。また、 $\ell$  の方程式は  $y = -\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{テ}}}\sqrt{\frac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{ト}}}}x + \boxed{\text{ト}}$  である。

問 4  $a$  が問 3 で求めた値のとき、C と  $\ell$  と  $y$  軸とで囲まれた部分の面積は  $\log \frac{\sqrt{\boxed{\text{ナ}}}\left(\sqrt{\boxed{\text{ニ}} + \boxed{\text{ヌ}}}\right) - \sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ネ}}} - \frac{\boxed{\text{ハ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$  である。