数　学（その１）

1 次の各問いに答えよ。ただし，答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) 複素数 $\xi = \cos\dfrac{2\pi}{n} + i\sin\dfrac{2\pi}{n}$ について次の問いに答えよ。ただし，n は 2 以上の整数とし，i は虚数単位とする。

(1-1) $1 + \xi + \xi^2 + \xi^3 + \cdots + \xi^n$ の値を求めよ。

(1-2) 次の数列の和を求めよ。

① $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} \cos\frac{2k\pi}{n}$　　② $\displaystyle\sum_{k=1}^{n-1} \sin\frac{2k\pi}{n}$

(2) 与えられたベクトル $\vec{a} \neq \vec{0}$ に対して，別のベクトル $\vec{b}$ を取る。$\vec{b}$ が，$\vec{a}$ と垂直なベクトル $\vec{c}$ と平行なベクトル $\vec{a_1}$ に分解されるとき，$\vec{c}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(3) 関数 $f(x) = \dfrac{3^x + 3^{-x}}{2}$ $(x \geqq 0)$ の逆関数を求めよ。その定義域も書け。

2 次の問いに答えよ。ただし，(1)(2)は答のみを解答欄に記入せよ。

公平なサイコロを1回振るごとに，偶数の目が出たら1(万円)獲得し，奇数の目が出たら1(万円)損失するという賭けを行う。所持金0でこの賭けをn回繰り返した際の損益額の合計をZ_n(万円)とする。ただし，$Z_0 = 0$とする。

(1) $M_n = \max\limits_{0 \leqq i \leqq n} Z_i$とするとき，確率$P(M_4 = k)$，$k = 0, 1, 2, 3, 4$の値をそれぞれ求めよ。ただし，$\max\limits_{0 \leqq i \leqq n} Z_i$は$0 \leqq i \leqq n$における$Z_i$の最大値を表す。

(2) $T_n = \#\{i \mid i = 0, 1, 2, \cdots, n-1, (Z_i = 0 \cap Z_{i+1} = 1) \cup (Z_i = 1 \cap Z_{i+1} = 0)\}$とするとき，確率$P(T_4 = k)$，$k = 0, 1, 2, 3, 4$の値をそれぞれ求めよ。ただし，$\#A$は集合$A$の要素の個数を表す。

(3) 任意のkに対して$P(M_5 = k)$と$P(T_5 = k)$の間に成り立つ関係を求めよ。

数　学（その2）

3 次の各問いに答えよ。ただし，答は結果のみを解答欄に記入せよ。

⑴ 次のように数列 a_n を定める。

$$a_1 = 2016,\ a_2 = 2017,\ a_{n+2} = \frac{1 + a_{n+1}}{a_n}\ (n = 1, 2, \cdots)$$

(1-1) a_5 を求めよ。

(1-2) a_{2017} を求めよ。

⑵ 白球5球，黒球2球が入っている袋から，同時に4球を取り出し，その中に含まれる白球の個数をXとする。

(2-1) Xの平均値(期待値)を求めよ。

(2-2) Xの分散を求めよ。

4 次の各問いに答えよ。答は結果のみを解答欄に記入せよ。

(1) $a+b=1$，$a^2+b^2=3$ のとき a^7+b^7 の値を求めよ。

(2) 次の式の値を求めよ。

$$\sum_{k=1}^{215}\frac{1}{\sqrt[3]{(k+1)^2}+\sqrt[3]{k(k+1)}+\sqrt[3]{k^2}}$$

(3) 座標平面上の点 $(x,\ y)$ が $2x^2+xy-5x-y^2+4y-3 \geqq 0$ を満たしているとき，x^2+y^2 の最小値を求めよ。

(4) 関数 $f(x)=x+a\cos x\ (a>1)$ は $0<x<2\pi$ において極小値 1 を取る。この範囲における $f(x)$ の極大値を求めよ。

(5) 座標平面上の曲線 $9y^2=(x+3)^3$ と y 軸とで囲まれた図形の周の長さを求めよ。