

物理学訂正

問題 1 問 6 (p2)

文章の最後に

「ただし、 $g = 10\text{m/s}^2$ とせよ。」を追加する。

問題 3 問 5 4 行目 (p6)

「D における中性子の強度の山は」を

「D における中性子の強度の谷は」に

訂正する。

物 理

1. スポーツも力学現象の一つと捉えられ、物理学の研究対象である。近年では競泳や長短距離走、投てき、走高跳といった陸上競技、体操競技など、様々な種目のスポーツが科学的に研究され、科学的根拠に基づく練習方法や競技法が考え出され、記録更新等に貢献している。ここでは、陸上競技の一つ、走り幅跳びについて物理的に考察する。

選手が水平面上を助走し、左足で踏み切る場合を考える。助走する方向に x 軸、鉛直上方に y 軸を取り、選手の踏み切る直前の速度を $\vec{v}_1 = (v_{1x}, v_{1y})$ 、直後の速度を $\vec{v}_2 = (v_{2x}, v_{2y})$ 、踏切時間(踏み切る動作の継続時間)を Δt とする(図1)。

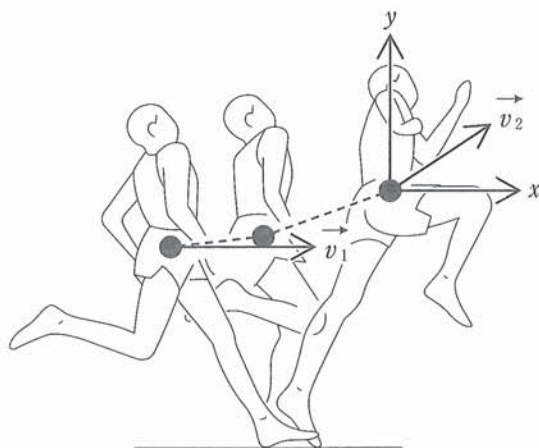


図1

選手が踏み切っているときに働く力は、重力、垂直抗力(大きさ N)、静止摩擦力(大きさ f)の3つである。左足が地面から受ける抗力(大きさ R)は垂直抗力と静止摩擦力の合力で、これらの力は踏み切る間には変わらないとする。また、選手の身長を h 、体重(質量)を m 、重力加速度の大きさを g とし、以下の問いに答えよ。ただし、空気抵抗は考えない。

問 1. 踏み切っているとき、選手の加速度を $\vec{a} = (a_x, a_y)$ とし、選手の x, y 方向の運動方程式をそれぞれ書きなさい。

問 2. 図2のように、踏み切った後の運動は、身体の半分(高さ $\frac{h}{2}$)に全体重が集中している質点の運動とみなせるものとする。踏み切ってから着地するまでに質点が移動した水平距離を求めなさい。ただし、着地とは質点が水平面に接することを言う。

問 3. 加速度 \vec{a} と x 軸とのなす角を θ とし、 $\tan \theta$ を求めなさい。また、静止摩擦力の大きさ f を求めなさい。ただし、解答には \vec{v}_1, \vec{v}_2 の成分を用いて表すこと。

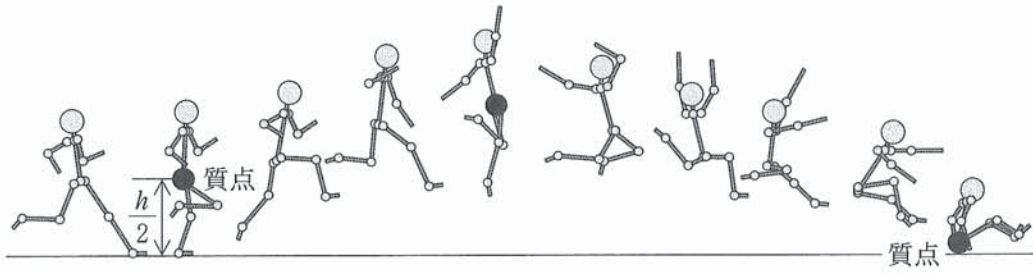


図 2

- 問 4. 踏み切る時に左足が受けた垂直抗力の大きさ N および垂直抗力と静止摩擦力の合力の大きさ R を求めなさい。ただし、解答には \vec{v}_1, \vec{v}_2 の成分を用いて表すこと。
- 問 5. 足がすべらないでジャンプできるようにするために必要な足(靴底)と踏み切り地点との静止摩擦係数 μ の最小値を、 \vec{v}_1, \vec{v}_2 の成分を用いて表しなさい。
- 問 6. 1991 年の世界陸上で、マイク・パウエル選手(身長 188 cm, 体重 77 kg)が走り幅跳びの世界記録 8.95 m を出したとき、 $v_{1x} = 11.0 \text{ m/s}$, $v_{1y} = 0.0 \text{ m/s}$, $v_{2x} = 9.1 \text{ m/s}$, $v_{2y} = 3.7 \text{ m/s}$, $\Delta t = 0.12 \text{ s}$ と測定されている。これまでの考察をもとに、この条件で跳躍できる水平距離を求めなさい。

2. パソコン、スマートフォンにもカメラが搭載され、写真や動画が気軽に撮影できるようになった。動画の撮影時には音声も同時に録音されている。音声の録音にはマイクロフォン(マイク)が用いられるが、マイクにはいくつか異なる方式のものがあり、それぞれ特性も異なる。

2つの異なる方式の小さなマイク C, D について、その特性を物理的に考える。マイク C, D の動作原理は以下のようなものである。

Cの動作原理：コンデンサーの電気容量の変化を利用したもの。平行平板コンデンサーの片方の極板に半永久的に帯電した薄膜を用いて振動板とする。振動板が振動するとコンデンサーの電気容量が変化し、極板間の電圧も変わる。その電圧と空気の変位がないときの電圧の差の時間的な変化を測定する。

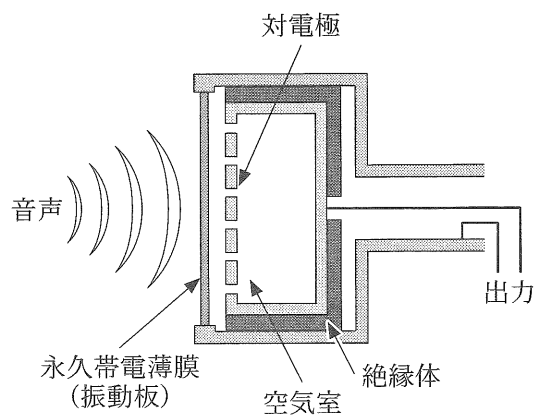


図1 マイク C

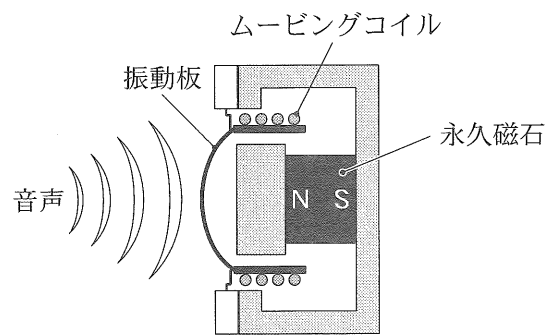


図2 マイク D

Dの動作原理：電磁誘導を利用したもの。磁石の近くにコイルをおき、コイルは振動板に固定されている。音波を受けて振動板が振動するとコイルに誘導起電力が生じ、その電圧の時間的な変化を測定する。

図3は、単一波長 λ の音波が x 軸の正方向に進行しているとき、ある時刻での空気の密度を濃淡および等高線で表したものである。横軸は x 軸方向を表し、縦軸は x 軸に垂直な方向を表す。横軸の値は x 座標を波長 λ で割ったものである。ただし、空気の密度は、音がない場合の空気の密度からの差をその最大値で割った(規格化した)値で表している。図中の数字は規格化した空気密度の値である。

マイク C, D を用いて x 軸上のいろいろな点で出力電圧を測定した。測定において、マイクの振動板の変位と音による空気の変位は完全に同期(同位相で振動)しており、電気回路の信号の遅延はないものとする。空気の変位がない状態から単調に増加したとき、いずれのマイクも出力電圧は正であった。マイクの大きさは無視できるものとして、以下の問いに答えよ。

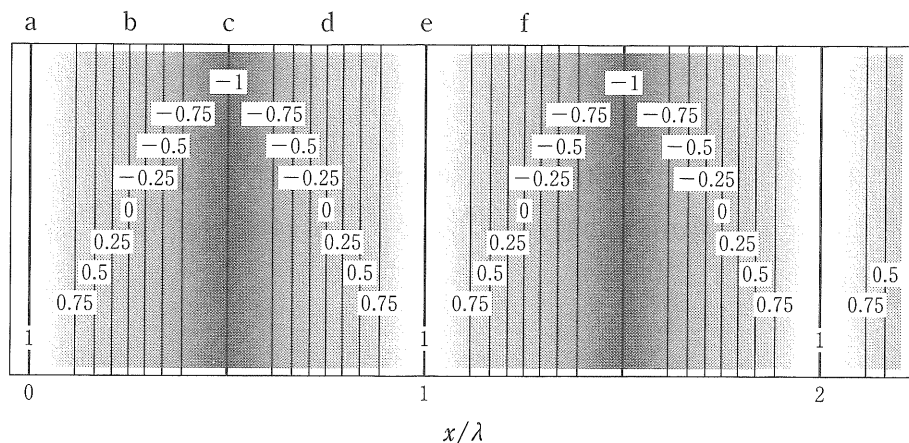


図 3

- 問 1. 図 3 の a から f の範囲の空気の変位の x/λ に対するグラフの概形を描きなさい。ただし、変位はその最大値で割ったもので表しなさい。
- 問 2. マイク C, D の出力電圧は振動板の変位もしくは振動板の速度のいずれを表しているか。理由も簡潔に記しなさい。
- 問 3. 図 3 の瞬間において、マイク C, D をそこに置くと出力電圧が 0 になる位置をそれぞれ記号 a-f で全て答えなさい。
- 問 4. 図 3 の瞬間において、マイク C, D をそこに置くと出力電圧が正で最大になる点をそれぞれ記号 a-f で全て答えなさい。
- 問 5. これまで、マイクの振動板の変位と音による空気の変位は完全に同期していると仮定してきました。しかしながら、現実には構造の力学的特徴からそれぞれマイクの特性が異なる。可動部分の質量の違いに注目して、高音域(振動数の大きい音)に使用するのに向いていると考えられるマイクはどちらか。理由も簡潔に記しなさい。

3. 中性子は物質波(ド・ブローイ波)として波動性を示し、干渉する。一様な重力のもとでの中性子波の干渉について考える。シリコン結晶を図1のように切り出すと中性子波を透過(直進)するものと、結晶により回折するものの二手に分けることができる。図1に示す干渉計において、点Aに入射した波長 λ の中性子波を二手に分け、点Dで再び合わせることににより干渉させる。点A, B, C, Dにおいてシリコン結晶の板状の部分十分薄く、厚みは無視でき、中性子波の経路は図2(a)のように表される。

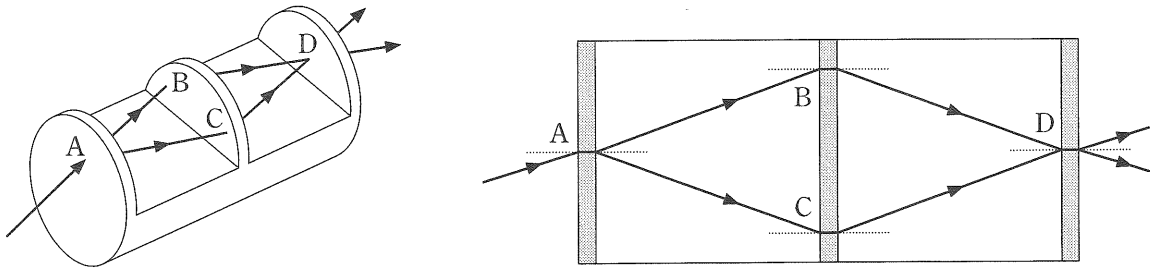


図1 中性子干渉計

中性子波の干渉に及ぼす重力の影響を調べるために、図2(a)の長さ l の経路AB, CDをそれぞれ水平に保ち、図2(b)の平行四辺形ABCDが鉛直となす角 θ を変えて、ABとCDの高さの差 z を変化させながら、点Dで中性子の強度を計測する。重力加速度の大きさを g 、中性子の質量を m 、プランク定数を h として、以下の問いに答えなさい。

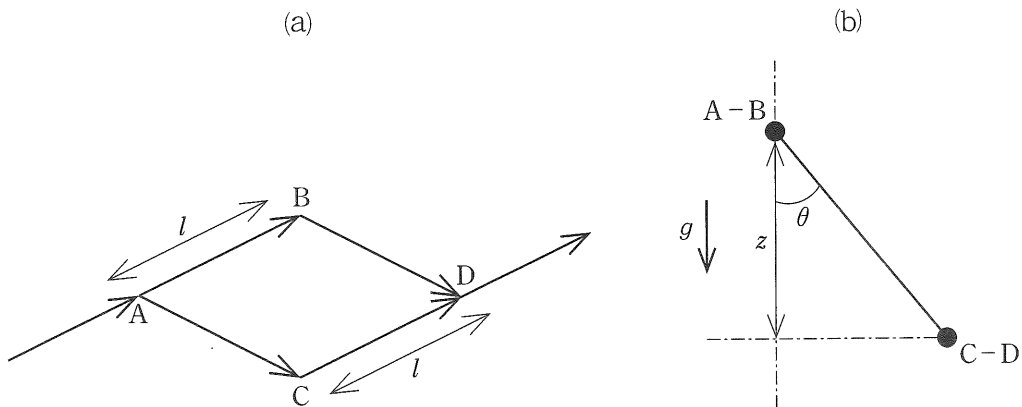


図2 中性子の経路

- 問 1. 入射中性子の運動エネルギーを求めなさい。
- 問 2. 経路 CD における中性子の波長 λ' を求めなさい。
- 問 3. 経路 CD の屈折率 n を、中性子の経路 CD における速さに対する経路 AB における速さの比と定義するとき、 n を求めなさい。

問 4. 波長 λ と屈折率 n を用いて, D で中性子波が強め合う条件を求めなさい。

問 5. 平行四辺形 ABDC の面積を $1.0 \times 10^{-3} \text{ m}^2$, 入射中性子波の波長 $\lambda = 1.4 \times 10^{-10} \text{ m}$, 重力加速度の大きさ $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, 中性子の質量 $m = 1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$, プランク定数 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s}$ とする。面 ABDC が鉛直となす角 θ を 0° から 90° まで変化させたとき, D における中性子の強度の山は何回見られるか。ただし, この間の波長の変化は非常に小さい。また, $|x| \ll 1$ のとき, $(1+x)^a \approx 1+ax$ であることを用いてよい。