物　　理

次の $\boxed{1}$ ～ $\boxed{43}$ の解答を解答欄にマークしなさい。ただし数値で解答する場合の最後の桁は四捨五入によって求めなさい。また，分数で解答する場合は，既約分数で答えなさい。**<解答群>**のあるものは最も適切なものを1つ選びその番号をマークしなさい。

1　焦点距離5cmの凹面鏡Mがある。紙面をxy平面とし，図1のように原点Oに凹面鏡の中心を置き，凹面鏡の光軸に沿ってx軸をとる。以下の問いに答えなさい。

問1　$x=30$cmの位置に小物体Aを置いたとき，像のできる位置のx座標は $\boxed{1}$ cmで，像はAの $\dfrac{\boxed{2}}{\boxed{3}}$ 倍となる。

図1

問2　更に図2のように座標（12, 0)cmの位置にxy平面と垂直かつ凹面鏡の光軸と45°の角度をなすようにハーフミラーを置き，レンズの中心の座標が（12, 10)cm，レンズの光軸がy軸と平行になるように，焦点距離20cmの凸レンズを置いた。このとき，像のできる位置は座標（12, $-\boxed{4}\boxed{5}$)cmで，像の大きさはAの $\boxed{6}$ 倍となる。

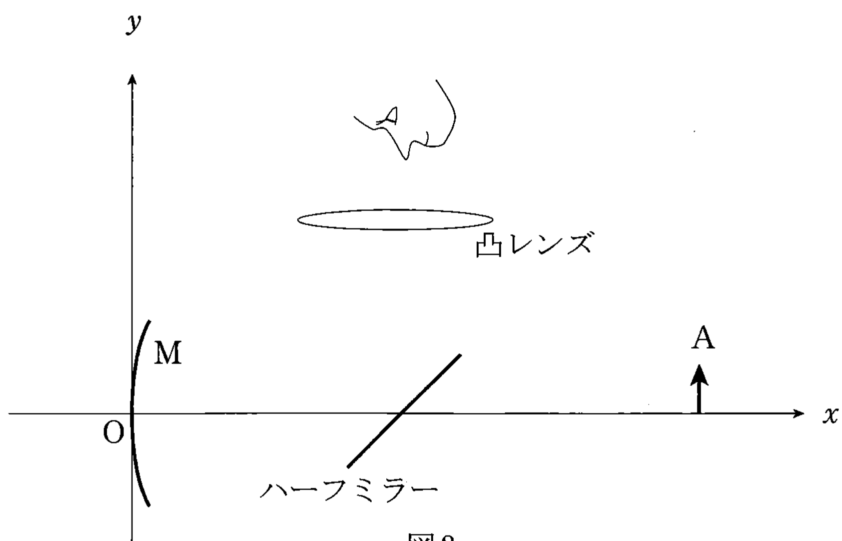
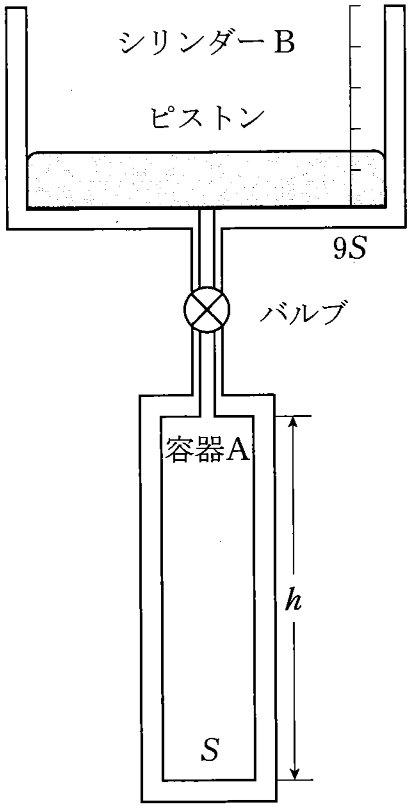


図2

2　図のように，断熱壁で囲まれた断面積S高さhの容器Aに単原子分子理想気体1molを封入し，その上部に断熱壁で囲まれた断面積$9S$のシリンダーBと鉛直方向に可動なピストンを取りつける。シリンダーに目盛りをつけ，ピストンの位置をシリンダーの底からの距離で定義する。連結部とバルブの体積，ピストンの運動の摩擦および気体の質量を無視する。気体定数をR，重力加速度をg，大気圧をp_0とする。



問1　はじめバルブは閉じられていてシリンダーB内には気体が入っていないとする。容器AとシリンダーBを上下ひっくりかえしたところ，ピストンはシリンダーB内の0でないある位置に止めることができた。このときピストンの質量Mは

$$M = \boxed{7}\,\frac{p_0 S}{g}$$

となる。

問 2　容器Aとシリンダー Bをもとの状態に戻しバルブを開いたところ，ピストンは持ち上がった。ゆっくり気体を冷却していくと，温度 T_0 のときにピストンがシリンダー Bの底に接した。このとき温度 T_0 は

$$T_0 = \boxed{\ 8\ } \frac{p_0 S h}{R}$$

となる。

問 3　いったんバルブを閉じて気体の温度を $2T_0$ にし，再びバルブを開いたところ，十分に時間がたった後でピストンは位置 y_1 で静止した。静止位置 y_1 は

$$y_1 = \frac{\boxed{\ 9\ }}{\boxed{\ 10\ }\boxed{\ 11\ }} h$$

となる。

またピストンが静止したときの気体の温度 T_1 は

$$T_1 = \frac{\boxed{\ 12\ }}{\boxed{\ 13\ }} T_0$$

となる。

問 4　次にバルブを閉めて容器Aとシリンダー Bが水平になるように90°回転した。十分に時間がたった後でピストンは位置 y_2 で静止し，このときの気体の温度は T_0 だった。ピストンの静止位置 y_2 は

$$y_2 = \frac{\boxed{\ 14\ }}{\boxed{\ 15\ }\boxed{\ 16\ }} h$$

となる。

3　以下の計算では有効数字1桁で求めなさい。計算に必要なら**【参考】**の項目を参照してよい。

宇宙線によってつくられた中性子nが大気中の$^{14}_{7}N$に衝突して放射性同位体$^{14}_{6}C$が生成される。この核反応は$n+{}^{14}_{7}N \rightarrow {}^{14}_{6}C+$ $\boxed{17(a)}$ と表せる。さらに，$^{14}_{6}C$は半減期$T=5.73\times10^{3}$年で崩壊し$^{14}_{7}N$となる。この核反応は$^{14}_{6}C \rightarrow {}^{14}_{7}N+$ $\boxed{17(b)}$ と表せる。このような生成と崩壊のバランスにより，大気中の全炭素に対する$^{14}_{6}C$の原子の数の割合は長い年月にわたりほぼ一定値1.2×10^{-12}に保たれているとみなすことができる。生物の生存中は大気中と同様の割合の$^{14}_{6}C$が体内に取り込まれるが，生物が死んだあとは体内の$^{14}_{6}C$は崩壊して減少する。この原理を利用して古代の遺跡で発見された遺物の年代を調べるために炭素年代測定法が用いられる。

大気中に含まれる炭素1gには $\boxed{18}$ $\times10^{10}$個の$^{14}_{6}C$が存在する。時刻$t=0$における原子核数をN_0とすると時刻tにおける原子核数$N(t)$は$N(t)=N_0e^{-\lambda t}$と表せる。λは崩壊定数とよばれ$\lambda=\dfrac{\log_e 2}{T}$である。1万年前の遺跡から発掘された木材から取り出された炭素1g中の$^{14}_{6}C$の原子核数は $\boxed{19}$ $\times10^{10}$個であり，この炭素1g中の$^{14}_{6}C$が1分間に崩壊する数は $\boxed{20}$ $\times10^{\boxed{21}}$ 個である。

< $\boxed{17(a),(b)}$ の解答群>

① e^-, e^-　② e^-, n　③ e^-, p　④ n, e^-　⑤ n, n

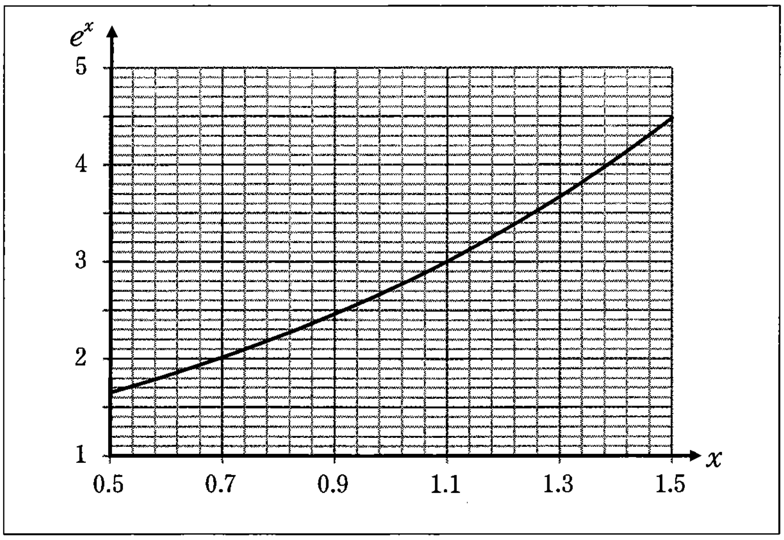
⑥ n, p　⑦ p, e^-　⑧ p, n　⑨ p, p

（pは陽子，e^-は電子である）

【参考】

アボガドロ数：6.02×10^{23}/mol，炭素の原子量：12.01，$\log_e 2 = 0.693$，
$e^{-x} \fallingdotseq 1 - x$　（$|x| \ll 1$ のとき），${}^{14}_{6}\mathrm{C}$ の崩壊定数：$\lambda = 2.30 \times 10^{-10}$/分

e^x-x のグラフ



4

I

速さV_0で等速直線運動する小球Aが，静止している小球Bに衝突し，その後2つの小球は同一直線上を運動した。小球Aと小球Bの質量をそれぞれ$3m$，mとし，衝突の前後で系の全運動エネルギーが保存していると仮定する。

問 1　衝突後の小球Aと小球Bの速さv_A，v_Bはそれぞれ

$$v_A = \frac{\boxed{22}}{\boxed{23}} V_0$$

$$v_B = \frac{\boxed{24}}{\boxed{25}} V_0$$

となる。

II

図のように，長さ$2L$の糸がついた小球AをOの位置からつり下げ，Oから鉛直に距離L下がった位置O′に釘(くぎ)を打って，長さLの糸がついた小球Bをつり下げる。小球Aの糸が鉛直方向とθ_0の角をなすときの小球Aの位置をPとし，小球Bの位置をQとする。ただし$\cos\theta_0 = \frac{724}{729}$とする。

小球Bを静止させたまま，位置Pにある小球Aを静かに放したところ，2つの小球は位置Qで衝突し，その後O′を中心とする円周上を運動した。衝突の前後で系の全運動エネルギーが保存していると仮定し，糸の質量と小球の大きさを無視する。また振り子の運動は単振動と見なしてよいものとして以下の問いに答えなさい。

問 2　1回目の衝突後に小球Bが初めて静止した位置において，糸と鉛直方向のなす角をθ_Bとすると，

$$\sin\frac{\theta_B}{2} = \frac{\sqrt{\boxed{26}}}{\boxed{27}\,\boxed{28}}$$

となる。

問 3　2回目の衝突後に小球Aが初めて静止した位置において，糸と鉛直方向のなす角をθ_Aとすると，

$$\sin\frac{\theta_A}{2} = \frac{\sqrt{\boxed{29}\boxed{30}}}{\boxed{31}\boxed{32}}$$

となる。

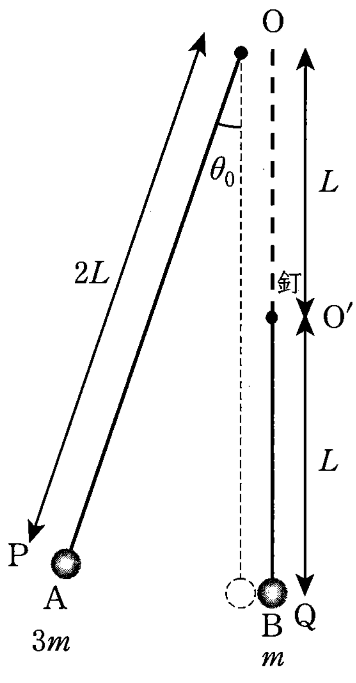
Ⅲ

問 4　次に位置Qに小球Bを静止させたまま，位置Pの小球Aに初速度V_1を糸と垂直な方向に与えたところ，衝突後に小球BはOを通過した。

このような初速度V_1は，

$$V_1 > \frac{\boxed{33}\boxed{34}}{\boxed{35}\boxed{36}}\sqrt{gL}$$

となる。



5 細い一様な金属線から長さl〔m〕の導体棒ⓐとコの字形のレールⓑを切り出し，図1のように設置した。OAとPBは平行，OPは水平でかつOAに垂直，OP$=l$〔m〕であり，OAとPBは水平面と角度30°をなしている。ⓐとⓑの接点をM，Nとする。ⓒはOPに平行な無限に長い導線で，一定の電流I〔A〕が図に矢印で示された向きに流れている。導線ⓒとレールⓑは同じ平面上にあり導線ⓒはOPから距離l〔m〕離れている。導体棒ⓐはOPと平行を保ちながらレール上を一定の速さv〔m/s〕で下向きに運動する。導体棒ⓐの運動に伴う回転およびレールⓑとの間の摩擦力，回路MNOPがつくる磁界は無視できる。導体棒ⓐの質量をm〔kg〕，金属線の単位長さあたりの抵抗をρ〔Ω/m〕，重力加速度の大きさをg〔m/s^2〕，真空の透磁率をμ_0〔N/A^2〕とする。Oを原点とし，OAに沿ってx軸をとる。

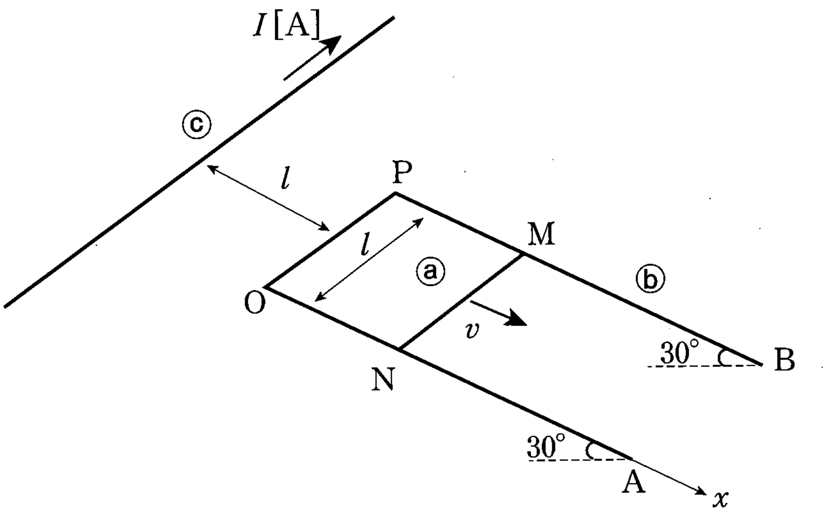


図1

問1　Nの座標がl〔m〕のとき，点Nにおける磁束密度B〔T〕とMN間に生じる誘導起電力の大きさV〔V〕はそれぞれ

$$B=\frac{\boxed{37}}{\boxed{38}\pi}\times\frac{\mu_0 I}{l}$$

$$V=\frac{\boxed{39}}{\boxed{40}\pi}\times\mu_0 I v$$

となる。

問 2　Nの座標がl〔m〕のとき，導体棒ⓐが導線ⓒから受ける力の向きは図中の $\boxed{41}$ 向きとなり，力の大きさF〔N〕は

$$F=\left(\frac{\mu_0 I}{\boxed{42}\,\pi}\right)^2\frac{v}{l\rho}$$

となる。

＜ $\boxed{41}$ の解答群＞

① MからNの　② NからMの　③ x軸の負の
④ x軸の正の　⑤ 鉛直下　⑥ 鉛直上
（図2参照）

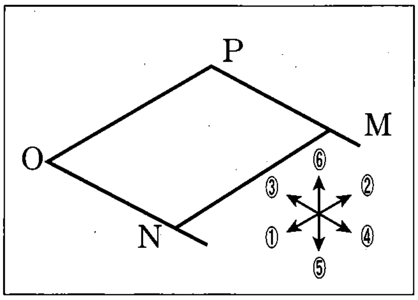


図2

問 3　導体棒ⓐを等速運動させるためには導線ⓒから受ける力と重力以外に外力が必要であるが，導体棒ⓐがある位置に来たとき必要な外力は0となる。このときのNの座標x〔m〕は

$$x=-l+\left(\frac{\mu_0 I l}{\boxed{43}\,\pi}\right)^{\frac{2}{3}}\left(\frac{v}{mg\rho}\right)^{\frac{1}{3}}$$

となる。