

- 1 m を定数とする。2 点 $A(-1, 1)$, $B(1, 2)$ を通り, 点 $(m, 0)$ を頂点とする放物線を考える。この放物線を表す 2 次関数は, x^2 の係数を $a(a \neq 0)$ とすると $y = a(x-m)^2$ と表すことができる。このとき, m は 2 次方程式 $m^2 + \boxed{\text{ア}}m + \boxed{\text{イ}} = 0$ の解であるので,

$$m = -\boxed{\text{ウ}} \pm \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}} \text{ である。}$$

$$m_1 = -\boxed{\text{ウ}} - \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}, \quad m_2 = -\boxed{\text{ウ}} + \boxed{\text{エ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}$$

とし, m の値が m_1, m_2 のときの a の値をそれぞれ a_1, a_2 とすると,

$$a_1 = \frac{\boxed{\text{カ}} - \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}, \quad a_2 = \frac{\boxed{\text{カ}} + \boxed{\text{キ}} \sqrt{\boxed{\text{ク}}}}{\boxed{\text{ケ}}}$$

である。次に, $y = a_1(x-m_1)^2$ で表される放物線を C_1 , $y = a_2(x-m_2)^2$ で表される放物線を C_2

とする。 C_1 と C_2 で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{コ}} \sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}$ であり, C_1 ($x \geq m_1$) と

C_2 ($x \leq m_2$) および x 軸で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ス}} \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

- 2 $a_1 = 2, a_{n+1} = 16a_n^2$ で定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。 $b_n = \log_2 a_n$ とおくと, $b_1 = \boxed{\text{タ}}$, $b_{n+1} = \boxed{\text{チ}} b_n + \boxed{\text{ツ}}$ である。よって, $b_n = \boxed{\text{テ}} \cdot \boxed{\text{ト}}^{n-1} - \boxed{\text{ニ}}$ である。 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの積の, 2 を底とする対数は

$$\log_2 (a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n) = \boxed{\text{ヌ}} \cdot \boxed{\text{ネ}}^n - \boxed{\text{ノ}} n - \boxed{\text{ハ}}$$

である。

- 3 原点を O とし, k を正の定数とする。放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 \dots\dots$ ① を点 $(k, 1)$ に関して対称移動した放物線を ② とする。

(1) ② の頂点は $(\boxed{\text{ヒ}}, \boxed{\text{フ}})$ であり, ② を表す 2 次関数の x^2 の係数は $-\frac{\boxed{\text{ヘ}}}{\boxed{\text{ホ}}}$ である。

(2) ① と ② の共有点が 1 個になるのは, $k = \sqrt{\boxed{\text{マ}}}$ のときである。このとき, ② と x 軸の 2 つの共有点を x 座標の小さい順に A, B とし, ① と ② の共有点を C とすると, A の座標は $(\boxed{\text{ミ}}, \sqrt{\boxed{\text{ム}} - \boxed{\text{メ}}}, 0)$, B の座標は $(\boxed{\text{ミ}}, \sqrt{\boxed{\text{ム}} + \boxed{\text{メ}}}, 0)$, C の座標は $(\sqrt{\boxed{\text{モ}}}, \boxed{\text{ヤ}})$ である。

(3) $k = \sqrt{\boxed{\text{マ}}}$ のとき, $\triangle OCA$ の面積は $\sqrt{\boxed{\text{ユ}} - \boxed{\text{ヨ}}}$ であり, $\tan \angle ACB$ の値は $-\boxed{\text{ラ}}$ である。

- 4 図のように, $\angle A = \frac{\pi}{6}$, $AB = AC$ である二等辺三角形 ABC が単位円に内接している。動径 OA の表す角を $\theta (0 \leq \theta < 2\pi)$ とし, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ とするとき,

$$x_2 = \cos\left(\theta + \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\pi\right), y_2 = \sin\left(\theta + \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\pi\right), x_3 = \cos\left(\theta + \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi\right), y_3 = \sin\left(\theta + \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi\right)$$

と表される。ただし, $0 < \frac{\boxed{\text{リ}}}{\boxed{\text{ル}}}\pi < \frac{\boxed{\text{レ}}}{\boxed{\text{ロ}}}\pi < 2\pi$ とする。 $\sum_{k=1}^3 (x_k + y_k)$ は θ を用いて

$$(\sqrt{\boxed{\text{ワ}}} - \sqrt{\boxed{\text{ヲ}}}) \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \text{ と変形される。これは } \theta = \frac{\boxed{\text{あ}}}{\boxed{\text{い}}}\pi \text{ のとき, 最大値}$$

$\sqrt{\boxed{\text{う}}} - \sqrt{\boxed{\text{え}}}$ をとる。また, $\sum_{k=1}^3 (x_k^2 + y_k^2)$ は θ の値によらず一定の値 $\boxed{\text{お}}$ をとる。

