

数 学 問 題 ・ 答 案 用 紙 (一)

I. 箱の中に 1 から 9 までの番号を付けた 9 枚のカードが入っている。この中から 1 枚ずつ順に、合計 2 枚のカードを取り出すとき、2 枚目のカードの番号が素数である確率を求めよ。

II. 正の数 x, y が条件 $2^x = 3^y$ をみたすとき、 $x^2 + \frac{1}{y^2}$ の最小値とそのときの x, y の値を求めよ。

III. 2点 $A(3, 1, 2), B(1, 0, 3)$ を通る直線を l とする。点 $C(4, 4, 1)$ から l へ引いた垂線と l との交点を H とするとき、 H の座標と線分 CH の長さを求めよ。

IV. 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。

$$a_1 = 1, \quad \log a_{n+2} - 2 \log a_{n+1} + \log a_n = 0 \quad (n \geq 1), \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{a_n} \sum_{k=1}^n a_k = 3$$

V. $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ で定義された関数 $f(x) = \log(\sin x)$ について、次の問いに答えよ。

1) 曲線 $y = f(x)$ の増減, 凹凸を調べ, グラフの概形をかけ。

2) 曲線 $y = f(x)$ の $\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$ の部分の長さを求めよ。